

ANALYSIS[®]

di Mella Dario

Il presente programma e' un potente strumento di calcolo che permette a studenti delle medie superiori o universitari, a ingegneri o a tutti coloro che facciano uso di calcoli dell'analisi matematica, di studiare funzioni i parametri piu' caratteristici in un intervallo prefissato.

Una volta caricato il programma parte automaticamente e presenta un menu'. Si consiglia di inserire la seguente funzione dimostrativa :

$$\text{SIN } X + 2 * \text{COS } X$$

Il programma e' interattivo: ogni volta che si vede il cursore L lampeggiare, significa che il computer aspetta una nostra risposta. Se e' "si" o "no", basta digitare "n" per un no e qualsiasi altra lettera per "si". Negli altri casi, se la risposta data non e' contemplata in quelle previste, viene ripetuta la domanda. Questo si verifica anche quando viene richiesto un intervallo e i 2 valori non vengono inseriti in ordine crescente.

Se la funzione inserita presenta dei punti di discontinuita' e l'utente fornisce al computer degli intervalli che comprendono tali valori, il programma dara' la segnalazione d'errore "A": invalid argument - e si fermara' (ad esempio se si richiede il grafico di LN x tra -5 e 30, dato che LN x e' definito solo per x>0).

Un'altra segnalazione di errore e' "6 Number too big" che si verifica nel caso di valutazioni di funzioni i cui valori siano maggiori di 10 E38 (ad esempio valutaz. di 1/x in x=0).

Infine se la funzione di cui si richiede l'analisi, contiene errori sintattici (ad esempio parentesi mancati o uso di simboli non matematici) si verifichera' un errore C : nonsense in basic.

In questi tre casi e' possibile far ripartire il programma dando Go To mn (menu'), oppure, per una completa riinizializzazione del sistema, RUN.

Il menu' prevede 7 opzioni.

1) ZERI

Si utilizza il metodo della bisezione che permette di calcolare in un intervallo (xi. x2), il punto in cui la funzione ammette uno zero reale, purché in tale intervallo ne esiste uno e uno solo.

La precisione del risultati e' migliore di 10 E-B.

Se in un tempo ragionevole l'algoritmo non riesce a raggiungere tale precisione, compare un risultato con l'indicazione che l'errore e' maggiore di 10 (questo puo' capitare quando l'intervallo di incertezza iniziale [x1, x2] e' piu' ampio di 10E7 Per modificare il valore di 10 E-B, basta cambiare la riga 1005 ; il numero massimo di iterazioni consentite e' di 50 ed e' definito alla riga 1010.

Ad esempio per calcolare le soluzioni dell'equazione dimostrativa nell'intervallo [5, 6], quando compare il menu', digitate 1 e quindi inserite i valori 5 e 6; dopo pochi istanti comparira' la soluzione.

2) MINIMI E MASSIMI

Questa opzione permette di calcolare il punto di massimo e quello di minimo di una funzione, in un intervallo dato. L'algoritmo utilizzato nel programma adotta per la ricerca il metodo della sezione aurea. I risultati forniti sono arrotondati alla 4^a cifra decimale. Se è nota l'espressione analitica della derivata della funzione di cui si vogliono minimi e massimi, è consigliabile, per una maggior precisione, operare la ricerca degli zeri nella derivata. Se con i valori forniti l'algoritmo non riesce a raggiungere la precisione desiderata, vengono richiesti nuovi dati. I valori che determinano le tolleranze sono specificati alla riga 7010 e sono rispettivamente intervallo di incertezza, errore relativo ed errore assoluto. Utilizzando ancora la funzione di esempio, con questa opzione possono essere calcolati minimo e massimo in [1, 3]

3) INTEGRAL DEFINITI

Si utilizza la formula di Gauss a 3 punti, che fornisce risultati migliori delle usuali regole dei trapezi o di Simpson. Una volta fornito l'intervallo di integrazione, viene chiesto il grado di precisione del risultato: "a" fornisce la precisione massima ma richiede un certo tempo per i calcoli. Per modificare il numero di sottointervalli in cui viene diviso l'intervallo di integrazione, si cambia la linea 1909: i valori standard sono: 32 per il grado "a", 16 per "b" e 8 per "c".

Con la funzione di esempio si possono confrontare i risultati ottenuti, integrando da 1 a 10 con le diverse precisioni.

4) VALUTAZIONE DELLA FUNZIONE IN UN PUNTO

5) VALUTAZIONE DELLE DERIVATA PRIMA IN UN PUNTO

Si approssima la derivata col rapporto incrementale. Dato che possono verificarsi fenomeni di perdita di cifre significative, la precisione di questo metodo è piuttosto bassa; i risultati sono arrotondati alla 3^a cifra decimale. Volendo si può modificare il valore dell'incremento "4" alla riga 1703.

6) GRAFICO +1, 2 e 3

Questa è l'opzione più completa in quanto permette di avere, oltre al grafico della funzione, TUTTE le soluzioni reali distinte di $f(x) = 0$ comprese nell'intervallo, il calcolo di tutti i minimi e massimi e l'integrale funzione.

Una volta che sia stato definito l'intervallo in cui si vuole il grafico, bisogna attendere diversi secondi perché il calcolatore esegua 256 valutazioni funzionali. Possiamo poi scegliere se avere la scala calcolata automaticamente: in tal caso lo schermo TV sarà come una finestra, opportunamente dimensionata, sulla funzione, calcolata in modo da riempire esattamente tutto lo schermo.

In alternativa le y possono essere uguali alle x e l'asse x è centrato in mezzo allo schermo. Si può infine stabilire un preciso rapporto tra x e y in modo da "amplificare" o "attenuare" la funzione.

Prima del disegno del grafico comparirà una pagina riassuntiva con i dati della funzione, il rapporto di scala, il valore del massimo e del minimo punto che verranno tracciati e l'indicazione di come saranno messe le tacche di riferimento sugli assi, cioè ogni quante unità

(0.1 1=10). Verra' anche visualizzata l'effettiva lunghezza di una (o 10 o 0.1) unita' sul grafico che verra' tracciato.

Conformemente alle opzioni scelte compare poi il grafico e sugli assi cartesiani compariranno delle tacche in corrispondenza delle unita' (o decine o decimi).

L'opzione GRIBLIA permette di trasformare lo schermo in un foglio a quadretti in modo da avere una precisa idea dei punti notevoli della funzione.

In caso di griglia, per distinguere l'asse y dagli altri assi verticali, questo sara' lampeggiante. A questo punto per proseguire e' sufficiente premere un tasto qualsiasi e compariranno le opzioni 1) 2) e 3).

Provate il grafico della funzione di prova tra 1.5 e 7.1

7) Quest'ultima funzione permette di resettare il sistema e di inserire un'altra funzione.

Si possono anche scrivere funzioni definite a tratti, sfruttando il fatto che nello SPECTRUM un confronto vero ha valore 1 e uno falso 0; ad esempio la funzione

$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } x < 0 \\ \sin x & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$ puo' essere scritta:

$$X * (x < 0) * \sin x * (x \geq 0)$$

Copertina: PAOLO RUI
© 1984 ELETTRONICA CS
ZX SPECTRUM is a Trademark of
SINCLAIR RESEARCH LTD.